



Prof. Antony Unwin, Alexander Pilhöfer
Lehrstuhl für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse
Institut für Mathematik
Universität Augsburg
<http://stats.math.uni-augsburg.de/>

Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungsblatt 1

Abgabe: Donnerstag 27. Oktober 2011, bis spätestens 12.00 Uhr; Briefkasten: WTheorie oder per email

Die Aufgaben können auch in 2er-Gruppen bearbeitet und abgegeben werden!

- (a) Wie wahrscheinlich ist es, bei sechsmaligem Würfeln erst 1, dann 2, dann 3, ... und letztlich 6 zu erhalten? **(1P)**
(b) Wie wahrscheinlich ist es, bei dreimaligem Würfeln drei ungerade Ziffern zu erhalten? **(1P)**
(c) Zeigen Sie, dass $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ (aus den Axiomen von Kolmogoroff)! **(1P)**
(d) Drücken Sie $A \cap B$ mit dem Differenzmengenoperator \setminus aus! **(1P)**

2. Ereignisse (5P)

Drücken Sie jedes der nachfolgenden Ereignisse mit den Ausgangsereignissen A, B und C mittels der Mengenoperationen “ $\bar{}$ ” (Komplement), “ \cap ” (Schnitt) und “ \cup ” (Vereinigung) in Mengenschreibweise aus und skizzieren Sie sie:

- keines der Ereignisse A, B oder C tritt ein;
- mindestens eines der Ereignisse A, B oder C tritt ein;
- entweder A oder keines der Ereignisse A oder B tritt ein (Ist das “entweder oder” hier redundant, d.h. kann dieses Ereignis auch einfach nur durch ein “oder” ausgedrückt werden?);
- maximal eines der Ereignisse A, B oder C tritt ein;
- Ereignis A und B aber nicht C tritt ein.

3. Ereignisse II (5P)

Seien A, B und C beliebige Teilmengen einer Grundmenge M . Welche der folgenden Gleichungen sind richtig? Geben Sie für die anderen Gleichungen Bedingungen an, unter denen sie richtig sind.

- $\overline{A - B} = \overline{A} - \overline{B}$;
- $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$;
- $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$;
- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

4. Unabhängigkeit (5P)

Seien A und B Ereignisse, wobei $0 < P(B) < 1$. Zeigen Sie:

- Sind die Ereignisse A und B unabhängig, so sind es auch die Ereignisse A und \overline{B} , die Ereignisse \overline{A} und B sowie die Ereignisse \overline{A} und \overline{B} .
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ist äquivalent zu $P(A|B) = P(A)$.
- $P(A|\overline{B}) = P(A|B)$ impliziert “ A und B sind unabhängig”.
- Erläutern Sie Unabhängigkeit und Abhängigkeit jeweils an einem empirischen Beispiel.

5. Image (5P)

Betrachtet wird die folgende Studie "Deutschland genießt weltweit einen guten Ruf" erschienen in der Süddeutschen Zeitung (SZ) vom 25.6.2005:

Deutschland gehört zu den Ländern mit dem weltweit besten Image. Dies geht aus einer Studie des Pew-Forschungszentrums in den USA hervor. Sich selbst schätzen die Deutschen aber eher skeptisch ein und sagen zu 41 Prozent, das eigene Land sei in der Welt unbeliebt.

Washington (AP/AFP) – Wie aus der Studie weiter hervorgeht, hat sich das mit dem Beginn des Irakkriegs drastisch verschlechterte Bild der Europäer von Amerika nur leicht verbessert.

Bürger aus 16 Ländern wurden in der Untersuchung nach ihren positiven Bewertungen von Deutschland, Frankreich, den Vereinigten Staaten, Japan und China befragt. Dabei schnitten die USA am schlechtesten ab und erhielten nur in sechs Ländern eine positive Bewertung von mehr als 50 Prozent der Befragten. Hingegen liegen Deutschland, Frankreich und Japan in 13 der 16 Länder oberhalb dieser Schwelle, bei China sind es elf Länder. In Westeuropa alleine wird kein Land besser bewertet als die Bundesrepublik.

Das beste Image hat Deutschland bei den Franzosen. Dort haben 89 Prozent ein positives Bild. Danach folgen die Niederländer (88 Prozent), die Libanesen (85 Prozent), die Russen (79 Prozent), Spanier und Kanadier (jeweils 77 Prozent), die Briten (75 Prozent) und die Indonesier (71 Prozent).

Die Amerikaner haben zu 60 Prozent eine günstige Meinung von Deutschland – diese Einschätzung bleibt leicht hinter der amerikanischen Bewertung von Japan (63 Prozent) zurück, ist aber deutlich besser als die von Frankreich (46 Prozent) und China (43 Prozent). Am niedrigsten ist der Anteil der positiven Bewertungen von Deutschland in Pakistan und Jordanien mit jeweils 36 Prozent.

Umgekehrt haben die Deutschen ein besonders positives Bild von Frankreich (78 Prozent), während die Bewertung der USA mit 41 Prozent weiterhin skeptisch ausfällt. Im vergangenen Jahr lag dieser Wert aber noch bei 38 Prozent. Das Hauptproblem für die Europäer ist nicht das Land als solches, sondern sein Präsident: In Deutschland geben 65 Prozent der Befragten George W. Bush als wichtigste Ursache für eine schlechte Bewertung an.

In Frankreich sind es 63, in Spanien sogar 76 Prozent. Die frühere US-Außenministerin Madeleine Albright, die am Pew-Projekt beteiligt ist, sagte, ihr Land stehe "vor einer großen Herausforderung". Es sei enorm wichtig, dass sich die Lage im Irak zum Guten wende, sagte Albright. "Das würde einen großen Unterschied machen."

Die befragten Deutschen bezeichneten die Amerikaner zu 76 Prozent als erfinderisch, zu 67 Prozent als arbeitsam und zu 52 Prozent als ehrlich. Negative Eigenschaften schreiben die Deutschen den Amerikanern seltener zu als die Menschen in anderen Ländern.

Als grob werden sie von 12 Prozent, als unmoralisch von 31 Prozent und als gewaltsam und gierig von jeweils 49 Prozent eingeschätzt. Die Studie beruht auf der Befragung von jeweils 750 bis 1000 Personen in 16 Ländern im Zeitraum von Ende April bis Ende Mai. Die statistische Fehlerquote wurde mit plus oder minus vier Prozent angegeben.

- Die jeweiligen Stichproben von 750 bis 1000 Personen, die in den Ländern USA und Frankreich erhoben wurden, dienen im Folgenden als Ausgangspopulationen. Wie wahrscheinlich ist es, dass bei drei zufällig herausgegriffenen Amerikanern bzw. Franzosen alle drei Befragten die Deutschen positiv bewerten? Was sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten dafür, dass jeweils alle drei Befragten die Deutschen als negativ einstufen? Sind letztere Wahrscheinlichkeiten die Komplemente der ersteren (begründen Sie Ihre Aussage)?
- Welche Annahmen haben Sie zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten in vorheriger Teilaufgabe (b) implizit benutzt? Wie muss die Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wie z.B. zwei positive Bewertungen und eine negative Bewertung konzeptionell modifiziert werden? Auf welches Verteilungsgesetz läuft das hinaus?
- Wieviele (n) Franzosen müssten mindestens befragt werden, damit die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses "Alle der n befragten Franzosen bewerten die Deutschen positiv" zum ersten Mal kleiner als die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses "Alle der drei befragten Amerikaner bewerten die Deutschen positiv" ist?